Построение и исследование динамической модели портального манипулятора

Аннотация
Данная работа посвящена построению и исследованию динамической модели портального манипулятора, описывающей переходные процессы в манипуляторе с шаговым приводом в момент его позиционирования. При построении были использованы экспериментально полученные параметры, благодаря чему удалось получить достаточно простую и адекватную модель.

При составлении подобных моделей у разработчика возникает стремление как можно более полно отразить свойства и характеристики объекта, что приводит к чрезмерному росту сложности модели, в результате чего снижается ее практическая полезность. Поэтому в данной работе особое внимание уделено разумному упрощению модели, а также возможности ее практического использования.

В ходе исследования полученной модели решена задача выбора оптимальной скорости перемещения рабочего органа, определена степень влияния точности позиционирования на быстродействие манипулятора.

Полученные результаты исследований могут быть использованы при проектировании новых и эксплуатации имеющихся моделей манипуляторов для определения рациональных значений динамических параметров.

Введение

Для решения задачи выбора оптимальной скорости перемещения звеньев манипулятора с шаговым двигателем, с целью увеличения его быстродействия, необходимо учитывать переходные процессы возникающие при позиционировании рабочих органов. Переходные процессы в виде затухающих механических колебаний возникают под действием инерционных нагрузок и приводят к увеличению времени позиционирования при выполнении переходов технологического процесса, например, при сборке, сверлении, контроле и др. Для планирования траектории необходимо знать время затухания колебаний до значения допустимой погрешности позиционирования, при котором рабочий орган манипулятора может продолжать движение. С целью определения времени такого переходного процесса создана модель манипулятора портального типа с консольной подвижной частью.

Моделирование динамики манипулятора

Методы построения динамической модели манипулятора

Динамическая модель манипулятора может быть построена на основе использования известных законов ньютоновской или лагранжевой механики. Результатом применения этих законов являются уравнения, связывающие действующие в сочленениях силы и моменты с кинематическими характеристиками и параметрами движения звеньев. Таким образом, уравнения динамики движения реального манипулятора могут быть получены традиционными методами Лагранжа – Эйлера или Ньютона – Эйлера. С помощью этих двух методов получен ряд различных форм уравнения движения, эквивалентных в том смысле, что они описывают динамику движения одной и той же физической системы.

Вывод уравнений динамики движения манипулятора методом Лагранжа – Эйлера отличается простотой и единством подхода. В рамках предположения о том, что звенья представляют собой твердые тела, этот подход приводит в общем случае к системе нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Уравнения Лагранжа – Эйлера обеспечивают строгое описание динамики состояния манипулятора и могут быть использованы для разработки усовершенствованных законов управления в пространстве присоединенных переменных. В меньшей степени они используются для решения прямой и обратной задач динамики. Прямая задача состоит в том, чтобы по заданным силам и

моментам определить обобщенные ускорения, интегрирование которых позволяет получить значения обобщенных координат и скоростей. Обратная задача динамики заключается в том, чтобы по заданным обобщенным координатам, скоростям и ускорениям определить действующие в сочленениях манипулятора силы и моменты.

С целью получения более эффективных с вычислительной точки зрения алгоритмов можно использовать уравнения Ньютона – Эйлера. Вывод уравнений движения манипулятора методом Ньютона – Эйлера прост по содержанию, но весьма трудоемок. Результатом является система прямых и обратных рекуррентных уравнений, последовательно применяемых к звеньям манипулятора. С помощью прямых уравнений последовательно от основания к схвату вычисляются кинематические характеристики движения звеньев, такие, как линейные и угловые скорости и ускорения, линейные ускорения центров масс звеньев. Обратные уравнения позволяют последовательно от схвата к основанию вычислить силы и моменты, действующие на каждое из звеньев. Наиболее важный результат такого подхода состоит в том, что время, необходимое для вычисления обобщенных сил и моментов прямо и пропорционально числу сочленений, но не зависит от реализующейся в процессе движения конфигурации манипулятора. Это позволяет реализовывать простые законы управления манипулятором в реальном времени.

Низкая вычислительная эффективность уравнений Лагранжа – Эйлера обусловлена в основном тем, что для описания кинематической цепи используются матрицы преобразования однородных координат. Уравнения Ньютона – Эйлера обладают большей вычислительной эффективностью, что связано с их рекуррентной природой. Однако такие рекуррентные уравнения не обладают “аналитичностью”, столь полезной при синтезе управления в пространстве состояний. Для синтеза законов управления желательно иметь в распоряжении замкнутую систему дифференциальных уравнений, точно описывающих динамику движения манипулятора.

В связи с тем что для построения модели динамики переходных процессов и дальнейшего анализа полученных уравнений необходима аналитическая форма, решено использовать для получения уравнений динамики метод Лагранжа – Эйлера.

Уравнения динамики манипулятора

Уравнения Лагранжа второго рода для голономной системы с n степенями свободы, которым отвечают обобщенные координаты q_i ($j = 1,2,\dots,n$), имеют вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_{j\text{д}} \qquad (1.1)$$

($j = 1,2,\dots,n$),

где $L = (T - \Pi)$ – функция Лагранжа, разности кинетической T и потенциальной Π энергий системы; $Q_{j\text{д}}$ – обобщенные силы управляющих приводов, приведенные к j-ой обобщенной координате: они имеют размерность моментов, если q_i – угол поворота, или сил, если q_i – линейное перемещение.

С учетом того, что $L = T - \Pi$ и $\partial\Pi / \partial\dot{q}_j = 0$, перепишем уравнение (1.1) в виде

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j \qquad (1.2)$$

где $Q_j = Q_{j\text{д}} + Q_{j\text{в}}$, $Q_{j\text{в}} = -\partial\Pi / \partial q_j$.

В последних равенствах через $Q_{j\text{в}}$ обозначены внешние обобщенные силы, вызванные весом звеньев и груза, удерживаемого в захватном устройстве. При наличии внешнего воздействия – силы $F_{\text{в}}$, приложенной к захватному устройству, в правую часть равенства для Q_j надо добавить член Q_{jF}, характеризующий это воздействие:

$$Q_j = Q_{j\text{д}} + Q_{j\text{в}} + Q_{jF}. \tag{1.3}$$

Используем выражение (1.2) для вывода уравнений динамики манипулятора. Рассматривая исполнительный механизм манипулятора как систему из n твердых тел, запишем его кинетическую энергию T в виде суммы кинетических энергий звеньев:

$$T = \sum_{i=1}^{n} T_i. \tag{1.4}$$

В свою очередь величину T_i определим по формуле [3]

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_{0i}^2 + m_i \left(\mathbf{v}_{0i} \times \boldsymbol{\varpi}_i \right) \cdot \mathbf{r}_{i\text{ц}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varpi}_i^{\text{т}} \cdot \boldsymbol{\Theta}_{0i} \cdot \boldsymbol{\varpi}_i, \tag{1.5}$$

где m_i – масса звена i; $\mathbf{v}_{0i}$ – скорость некоторой точки звена O_i, принятой за полюс; $\mathbf{r}_{i\text{ц}}$ – вектор радиус центра инерции звена в системе осей с ним связанных, начало которой совпадает с полюсом O_i; $\boldsymbol{\Theta}_{0i}$ – тензор инерции звена в точке O_i; ϖ_i – вектор угловой скорости звена в принятой системе координат.

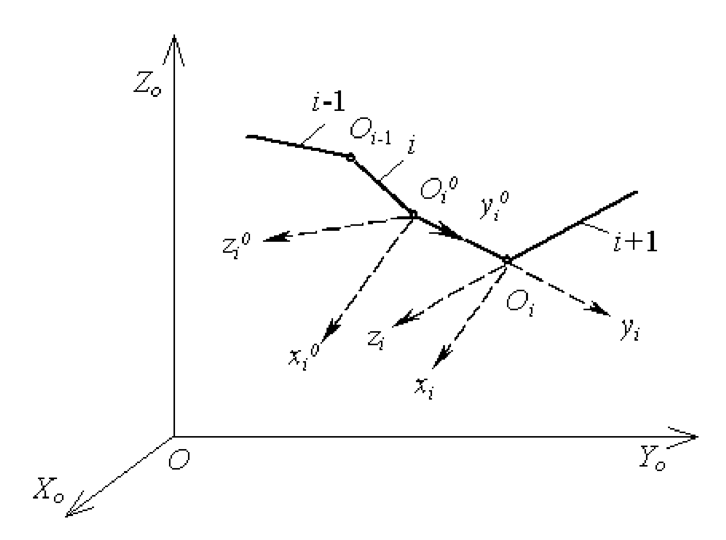


Рис. 1.1. Связанные системы координат с началом в центре кинематической пары $\left(O_i x_i y_i z_i\right)$ и в центре инерции $\left(O_i^0 x_i^0 y_i^0 z_i^0\right)$

Выражение (1.5) принимает наиболее простой вид, если за полюс звена принять его центр инерции; величина $\mathbf{r}_{i\text{ц}}$ будет равна нулю и выражение (1.5) упростится:

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_{0i}^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varpi}_i^{\text{т}} \cdot \boldsymbol{\Theta}_{0i} \cdot \boldsymbol{\varpi}_i. \tag{1.6}$$

Кроме того, в большинстве случаев звенья манипулятора представляют собой твердые тела, обладающие симметрией относительно трех ортогональных осей, проведенных через центр инерции. Напомнив правило разметки осей систем координат, связанных со звеньями, в соответствии с которым одна из осей системы $O_i x_i y_i z_i$ совпадает с осью звена (вектором $\overrightarrow{Q_{i-1}Q_i}$), а две другие образуют с ней правую триаду, получим при помещении точки O_i в центр инерции O_i^0 (см. рис. 1.1) оси полученной системы $O_i^0 x_i^0 y_i^0 z_i^0$ становятся главными осями инерции и тензор вектора в точке O_i^0 имеет вид диагональной матрицы

$$\mathbf{\Theta}_{O_i}^0 = \begin{bmatrix} J_{x_i} & 0 & 0 \\ 0 & J_{y_i} & 0 \\ 0 & 0 & J_{z_i} \end{bmatrix}, \qquad (1.7)$$

моменты инерции относительно осей в которой определяются выражениями

$$\left.\begin{aligned} J_x &= \int\int\int \left(y_i^2 + z_i^2\right) dm_i \\ J_y &= \int\int\int \left(x_i^2 + z_i^2\right) dm_i \\ J_z &= \int\int\int \left(x_i^2 + y_i^2\right) dm_i \end{aligned}\right\}, \qquad (1.8)$$

и для звеньев заданной конфигурации являются известными константами. При отсутствии осевых симметрий тензор инерции звена в точке O_i^0 характеризуется матрицей

$$\mathbf{\Theta}_{O_i} = \begin{bmatrix} J_{x_i} & -J_{x_i y_i} & -J_{x_i z_i} \\ -J_{y_i x_i} & J_{y_i} & -J_{y_i z_i} \\ -J_{z_i x_i} & -J_{z_i y_i} & J_{z_i} \end{bmatrix}, \qquad (1.9)$$

центробежные моменты в которой определяются выражениями

$$\left.\begin{aligned} J_{x_i y_i} &= J_{y_i x_i} = \int\int\int x_i y_i \, dm_i \\ J_{x_i z_i} &= J_{x_i z_i} = \int\int\int x_i z_i \, dm_i \\ J_{y_i z_i} &= J_{z_i y_i} = \int\int\int y_i z_i \, dm_i \end{aligned}\right\} \qquad (1.10)$$

и также являются известными константами.

Определим вектор скорости центра инерции звена *i* через проекции на оси связанной с ним системы координат как

$$\mathbf{v}_{i\text{ц}} = \left(v_{ix\text{ц}}, v_{iy\text{ц}}, v_{iz\text{ц}}\right)^{\text{T}} \qquad (1.11)$$

или через проекции на оси неподвижной системы осей в виде

$$\mathbf{v}_{0i\text{ц}} = \left(v_{0ix\text{ц}}, v_{0iy\text{ц}}, v_{0iz\text{ц}}\right)^{\text{T}}. \qquad (1.12)$$

По аналогии с $\mathbf{v}_{i\text{ц}}$ введем вектор угловой скорости звена

$$\varpi_i = \left(\varpi_{ix}, \varpi v_{iy}, \varpi_{iz}\right)^{\text{T}} \qquad (1.13)$$

и запишем равенство (1.6) в развернутой форме для случая, когда звенья манипулятора обладают симметрией относительно главных осей инерции. Для этого подставим выражения $\mathbf{\Theta}_{0i}^{0}$, $\mathbf{v}_{i\text{ц}}$, ϖ_i из (1.7), (1.11), (1.13) в (1.6) и получим

$$T_i = 0{,}5 m_i\left(v_{ix\text{ц}}^2 + v_{iy\text{ц}}^2 + v_{iz\text{ц}}^2\right) + 0{,}5\left(J_{xi}\varpi_{ix}^2 + J_{yi}\varpi_{iy}^2 + J_{zi}\varpi_{iz}^2\right). \quad (1.14)$$

При использовании вектора скорости центра инерции в форме (1.14) выражение

$$T_i = 0{,}5 m_i\left(v_{0ix\text{ц}}^2 + v_{0iy\text{ц}}^2 + v_{0iz\text{ц}}^2\right) + 0{,}5\left(J_{x_i}\varpi_{ix}^2 + J_{y_i}\varpi_{iy}^2 + J_{z_i}\varpi_{iz}^2\right), \quad (1.15)$$

с учетом которого равенство (1.4) принимает вид

$$T_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left[m_i\left(v_{0ix\text{ц}}^2 + v_{0iy\text{ц}}^2 + v_{0iz\text{ц}}^2\right) + \left(J_{x_i}\varpi_{ix}^2 + J_{y_i}\varpi_{iy}^2 + J_{z_i}\varpi_{iz}^2\right)\right]. \quad (1.16)$$

Построение динамической модели переходных процессов манипулятора МРЛ-901П

Модель переходных процессов в манипуляторе МРЛ-901П

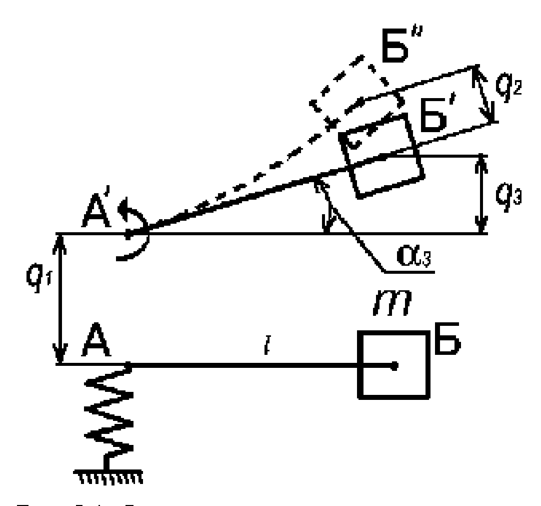


Рис. 2.1. Физическая модель портального манипулятора:
q_1, q_2, q_3 – смещение звеньев манипулятора вследствие деформации;
α_3 – угол изгиба основания консоли вследствие деформации;
m – сосредоточенная масса;
l – плечо приложения сосредоточенной массы.

Модель портального манипулятора МРЛ-901П представлена на рис. 2.1. Деформирующимися элементами в манипуляторе являются: зубчатый ремень, обозначенный пружиной; консольная часть, на которой имеется сосредоточенная масса *m*. Деформация поперечной консоли обозначена на схеме углом α_3. Исходными данными для расчета такой модели будут: значение подвижной массы *m*, плечо приложения этой массы *l*, а также коэффициент натяжения зубчатого ремня, определяемый как отношение прогиба ремня к его длине и влияющий на жесткость, и демпфирование модуля линейного перемещения.

При остановке электроприводов подвижные массы будут продолжать движение под действием инерционных сил, в результате чего точки А и Б займут положение A' и $Б''$ соответственно, затем остановятся и под действием сил упругой деформации пружины и балки начнут совершать колебательное движения.

Рассматриваемая модель имеет три степени свободы, обозначим независимые обобщенные координаты как q_1, q_2 и q_3. Для описания данной модели воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j \quad (j = 1,2,\ldots,k), \tag{2.1}$$

где T - кинетическая энергия системы; Q - обобщенная сила; k - количество степеней свободы.

Кинетическая энергия системы с тремя степенями свободы является однородной квадратичной формой обобщенных скоростей [5]:

$$T = \frac{1}{2}\left(A_{11}\dot{q}_1^2 + 2A_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + A_{22}\dot{q}_2^2 + 2A_{23}\dot{q}_2\dot{q}_3 + A_{33}\dot{q}_3^2 + 2A_{13}\dot{q}_1\dot{q}_3\right), \tag{2.2}$$

Коэффициенты A_{ik} являются функциями координат q_1, q_2 и q_3.

Предположим, что обобщенные координаты отсчитываются от положения равновесия, где $q_1 = q_2 = q_3 = 0$.

Располагая коэффициенты $A_{ik}(q_1, q_2, q_3)$ по степеням и пологая для упрощения записи $A_{ik}(0,0,0) = a_{ik} = a_{ki}$, получим:

$$T = \frac{1}{2}\left(a_{11}\dot{q}_1^2 + 2a_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + a_{22}\dot{q}_2^2 + 2a_{23}\dot{q}_2\dot{q}_3 + a_{33}\dot{q}_3^2 + 2a_{13}\dot{q}_1\dot{q}_3\right) \tag{2.3}$$

Потенциальная энергия $\Pi(q_1, q_2, q_3)$ системы:

$$\Pi = \frac{1}{2}\left(C_{11}q_1^2 + 2C_{12}q_1q_2 + C_{22}q_2^2 + 2C_{23}q_2q_3 + C_{33}q_3^2 + 2C_{13}q_1q_3\right) \tag{2.4}$$

При этом учитываем, что в положении равновесия $\Pi(0,0,0) = 0$ обобщенные силы также обращаются в нуль.

В (2.4) для упрощения приняты следующие обозначения:

$$\frac{\partial^2\Pi}{\partial q_1^2} = C_{11}, \quad \frac{\partial^2\Pi}{\partial q_1\partial q_2} = C_{12} = C_{21}, \quad \frac{\partial^2\Pi}{\partial q_2^2} = C_{22}, \quad \frac{\partial^2\Pi}{\partial q_2\partial q_3} = C_{23} = C_{32}, \quad \frac{\partial^2\Pi}{\partial q_3^2} = C_{33},$$

$$\frac{\partial^2\Pi}{\partial q_1\partial q_3} = C_{13} = C_{31}.$$

Для составления дифференциальных уравнений свободных колебаний в форме уравнений Лагранжа второго рода, выразим потенциальную энергию через обобщенные координаты. Рассмотрим равновесие системы, на которую действуют силы $F_1, F_2, \ldots, F_n$.

Потенциальная энергия в состоянии устойчивого равновесия имеет минимум, равный нулю, а при вызванном действием сил F_i отклонении от него выражается квадратичной формой вида (2.4).

Элементарная работа всех сил действующих на систему, по принципу возможных перемещений должна быть равна нулю:

$$-\delta\Pi + \sum_{s=1}^{n} F_s\delta r_s = 0. \tag{2.5}$$

Замечая, что

$$\delta\Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial q_1}\delta q_1 + \frac{\partial \Pi}{\partial q_2}\delta q_2 + \frac{\partial \Pi}{\partial q_3}\delta q_3,$$

$$\delta r_s = \frac{\partial r_s}{\partial q_1}\delta q_1 + \frac{\partial r_s}{\partial q_2}\delta q_2 + \frac{\partial r_s}{\partial q_3}\delta q_3,$$

а также приравнивая к нулю коэффициенты при независимых вариациях δq_1, δq_2 и δq_3, получаем три уравнения:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \sum\limits_{s=1}^{n} F_s \dfrac{\partial r_s}{\partial q_1} = Q_1^* \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial q_2} = \sum\limits_{s=1}^{n} F_s \dfrac{\partial r_s}{\partial q_2} = Q_2^* \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial q_3} = \sum\limits_{s=1}^{n} F_s \dfrac{\partial r_s}{\partial q_3} = Q_3^* \end{cases}, \qquad (2.6)$$

Здесь Q_1^*, Q_2^* и Q_3^* - обобщенные силы для системы сил F_1, F_2, ..., F_n, уравновешивающих потенциальные силы, возникающие при отклонении системы из положения равновесия $(q_1 = q_2 = q_3 = 0)$. Заменяя в (2.6) производные потенциальной энергии их выражениями согласно (2.4), получим систему уравнений, определяющих значение координат q_1, q_2 и q_3 в положении равновесия:

$$\begin{cases} C_{11}q_1 + C_{12}q_2 + C_{13}q_3 = Q_1^* \\ C_{21}q_1 + C_{22}q_2 + C_{23}q_3 = Q_2^* \\ C_{31}q_1 + C_{32}q_2 + C_{33}q_3 = Q_3^* \end{cases}, \qquad (2.7)$$

причем $C_{12} = C_{21}$, $C_{23} = C_{32}$ и $C_{13} = C_{31}$.

Решение системы (2.7) имеет вид:

$$\begin{cases} q_1 = \alpha_{11}Q_1^* + \alpha_{12}Q_2^* + \alpha_{13}Q_3^* \\ q_2 = \alpha_{21}Q_1^* + \alpha_{22}Q_2^* + \alpha_{23}Q_3^* \\ q_3 = \alpha_{31}Q_1^* + \alpha_{32}Q_2^* + \alpha_{33}Q_3^* \end{cases}, \qquad (2.8)$$

где

$$\alpha_{11} = \frac{C_{22}C_{33} - C_{23}^2}{\alpha} \quad \alpha_{12} = \frac{C_{13}C_{32} - C_{12}C_{33}}{\alpha} \quad \alpha_{13} = \frac{C_{12}C_{23} - C_{13}C_{23}}{\alpha}$$

$$\alpha_{21} = \frac{C_{23}C_{31} - C_{21}C_{33}}{\alpha} \quad \alpha_{22} = \frac{C_{11}C_{33} - C_{13}^2}{\alpha} \quad \alpha_{23} = \frac{C_{13}C_{21} - C_{11}C_{23}}{\alpha} \qquad (2.9)$$

$$\alpha_{31} = \frac{C_{21}C_{32} - C_{31}C_{22}}{\alpha} \quad \alpha_{32} = \frac{C_{12}C_{31} - C_{11}C_{32}}{\alpha} \quad \alpha_{33} = \frac{C_{11}C_{22} - C_{12}^2}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{1}{C_{11}C_{22}C_{33} + C_{21}C_{32}C_{13} + C_{31}C_{22}C_{12} - C_{11}C_{23}^2 - C_{12}^2C_{33} - C_{22}C_{13}^2}.$$

На систему действуют обобщенные силы, которыми являются инерционные силы и силы сопротивления движению. Обычно в сложных системах в целях упрощения [4, 5] силу сопротивления принимают пропорциональной первой степени скорости движения. С целью упрощения условимся, что угол α_3 мал и координаты массы m можно записать как $q = q_1 + q_2 + q_3$. Поэтому на основании кинетостатики можем записать:

$$Q^* = -\left(m\ddot{q} + \beta\dot{q}\right), \tag{2.10}$$

где Q^* - обобщенная сила, β - коэффициент сопротивления пропорциональный первой степени скорости движения массы m. Так как масса собственно консоли манипулятора МРЛ-901П меньше массы закрепленных на ней рабочих головок, захватов и деталей, для упрощения примем условие, что точка исследования колебаний (практически - рабочий орган манипулятора) совпадает с точкой приложения сосредоточенной массы m.

Сила Q^* действует на все звенья манипулятора следовательно:

$$Q^* = Q_1^* = Q_2^* = Q_3^* \tag{2.11}$$

Коэффициенты C_{ij} в (2.7) будем определять из того, что согласно (2.11) звенья можно рассматривать независимо друг от друга. Положим сначала, что Q^* действует только по координате q_1, затем только по координате q_2 и наконец только по координате q_3, тогда в выражение (2.7) можно переписать:

$$\begin{cases} C_{11}q_1 + 0\cdot q_2 + 0\cdot q_3 = Q^* \\ 0\cdot q_1 + C_{22}q_2 + 0\cdot q_3 = Q^* \\ 0\cdot q_1 + 0\cdot q_2 + C_{33}q_3 = Q^* \end{cases}, \tag{2.12}$$

таким образом $C_{12} = C_{21} = C_{23} = C_{32} = C_{13} = C_{31} = 0$, используя (2.9) находим:

$$\begin{matrix} \alpha_{11} = \dfrac{1}{C_{11}} & \alpha_{12} = 0 & \alpha_{13} = 0 \\ \alpha_{21} = 0 & \alpha_{22} = \dfrac{1}{C_{22}} & \alpha_{23} = 0 \\ \alpha_{31} = 0 & \alpha_{32} = 0 & \alpha_{33} = \dfrac{1}{C_{33}} \end{matrix} \tag{2.13}$$

Коэффициенты α_{11}, α_{22} и α_{33} определяют податливость звеньев манипулятора по координатам q_1, q_2 и q_3 соответственно. Выражая податливость звеньев через их жесткость, запишем:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{C_1} \quad \alpha_{22} = \frac{1}{C_2} \quad \alpha_{33} = \frac{1}{C_3}, \tag{2.14}$$

где C_1, C_2 и C_3 жесткости звеньев по координатам q_1, q_2 и q_3 соответственно.
Подставляя (2.14) , (2.11) и (2.10) в (2.8) получим:

$$\begin{cases} q_1 = -\frac{1}{C_1}(m\ddot{q} + \beta\dot{q}) \\ q_2 = -\frac{1}{C_2}(m\ddot{q} + \beta\dot{q}) \\ q_3 = -\frac{1}{C_3}(m\ddot{q} + \beta\dot{q}) \end{cases} \qquad (2.15)$$

Для решения этой системы нужно выразить скорость и ускорение массы *m* через их составляющие:

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3 \\ \dot{q} &= \dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3 \end{aligned} \qquad (2.16)$$

Поскольку в манипуляторе суммарную жесткость удобно экспериментально определять, прикладывая соответствующее усилие к его рабочему органу, и так как в конечном итоге необходимо определить положение массы *m*, координаты которой выражаются как $q = q_1 + q_2 + q_3$, то для этого достаточно сложить уравнения в выражении (2.15):

$$q = -\frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_1 C_2 C_3}(m\ddot{q} + \beta\dot{q}) \qquad (2.17)$$

или:

$$q = -\frac{1}{C}(m\ddot{q} + \beta\dot{q}), \qquad (2.18)$$

где *C* - суммарная жесткость звеньев манипулятора.

Анализ показывает, что величина *C* является переменной и зависит от плеча приложения *l* сосредоточенной массы *m*.

Преобразуя (2.18), получаем уравнение описывающие переходный процесс в системе:

$$\frac{m}{C}\ddot{q} + \frac{\beta}{C}\dot{q} + q = 0. \qquad (2.19)$$

Уравнение (2.19) легко решается классическим способом при следующих начальных условиях:

$$q_0 = 0, \quad \dot{q}_0 = \mathrm{v}_0, \qquad (2.20)$$

где v_0 - скорость рабочего органа манипулятора в момент выхода на конечную точку.

Выражение (2.19) представляет собой линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Будем искать частное решение уравнения в виде:

$$q(t) = C_1^* e^{k_1 x} + C_2^* e^{k_2 x}, \qquad (2.21)$$

где C_1^* и C_2^* - произвольные постоянные, которые могут быть определены из начальных условий: при $t = 0$; k_1 и k_2 - корни характеристического уравнения:

$$\frac{m}{C}k^2 + \frac{\beta}{C}k + 1 = 0. \qquad (2.22)$$

Решение уравнения (2.22) будет иметь вид:

$$k_{1,2}=\frac{-\frac{\beta}{C}\pm\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}} \qquad (2.23)$$

Определим произвольные постоянные C_1^* и C_2^*, решая систему уравнений:

$$\begin{cases} q(0)=C_1^*+C_2^* \\ \dot{q}(0)=k_1C_1^*+k_2C_2^* \end{cases}. \qquad (2.24)$$

Решение системы (2.24) будет иметь вид:

$$\begin{cases} C_1^*=\frac{\dot{q}(0)-k_2q(0)}{k_1-k_2} \\ C_2^*=y(0)-C_1^* \end{cases}, \qquad (2.25)$$

если учесть (2.20) то:

$$\begin{cases} C_1^*=\frac{v_0}{k_1-k_2} \\ C_2^*=-\frac{v_0}{k_1-k_2} \end{cases} \qquad (2.26)$$

подставляя (2.26) в (2.21) и с учетом (2.23) имеем:

$$q(t)=\frac{v_0}{\frac{C}{m}\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}e^{\frac{-\frac{\beta}{C}+\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}t}-\frac{v_0}{\frac{C}{m}\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}e^{\frac{-\frac{\beta}{C}+\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}t} \qquad (2.27)$$

где $-\frac{\beta}{2m}$ - реальная часть; $\frac{\pm\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}$ - мнимая часть.

Тогда разделяя реальную и мнимую части в (2.27) получим:

$$q(t)=\frac{v_0}{\frac{C}{m}\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}e^{-\frac{\beta}{2m}t}\left(e^{\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}t}-e^{-\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}t}\right). \qquad (2.28)$$

Учитывая что:

$$e^{ix}=\cos x+i\sin x, \qquad (2.29)$$

имеем:

$$q(t)=\frac{v_0}{i\frac{C}{m}\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}e^{-\frac{\beta}{2m}t}\left(\cos\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}t+i\sin\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}t-\right.$$
$$\left.-\cos\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}t+i\sin\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}t\right). \qquad (2.30)$$

Преобразуя (2.30) получим решение уравнения (2.19):

$$q(t)=\frac{v_0}{\frac{C}{2m}\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}e^{-\frac{\beta}{2m}t}\times\sin\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}t \qquad (2.31)$$

Прологарифмируем выражение (2.31) предварительно подставив в него значение допустимой погрешности позиционирования:

$$\ln\Delta_{тр}=\ln v_0-\ln\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}-\frac{\beta}{2m}t \qquad (2.32)$$

,

где $\Delta_{тр}$ - допустимая погрешность позиционирования.

Преобразуя (2.32) получим выражение для определения времени переходного процесса:

$$t_{пп}=\frac{\ln v_0-\ln\Delta_{тр}-\ln\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2-4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}}{\frac{\beta}{2m}} \qquad (2.33)$$

Для расчета жесткости C и коэффициента демпфирования β в модели используются экспериментально полученные зависимости. В частности коэффициент демпфирования определяется по осциллограмме затухания колебаний рабочего органа.

Таким образом, время переходного процесса, для данного типа манипулятора при заданной массе положении рабочего органа определяется по выражению (2.33), в

котором коэффициенты жесткости и демпфирования предварительно определены экспериментально.

2.2 Анализ переходных процессов в манипуляторе МРЛ-901П

Источниками возникновения переходных процессов в манипуляторе МРЛ-901П являются: зубчатая ременная передача линейного модуля манипулятора и его свободная консоль.

На этапе зондирующих экспериментов исследовались парные зависимости коэффициента демпфирования от натяжения зубчатого ремня и смещения рабочего органа вдоль консоли. Результаты анализа полученных осциллограмм сведены в таблицы 2.1 и 2.2.

Анализ результатов показывает, что натяжение зубчатого ремня существенным образом влияет на коэффициенты демпфирования модуля линейного перемещения: так при увеличении начального натяжения ремня от минимального значения η = 0,03778 до максимального η = 0,00667 (в исследуемых приделах) коэффициент демпфирования уменьшается в 3 раза. Таким образом, можно сделать вывод о том, что демпфирование линейного модуля с зубчатой ременной передачей может задаваться и варьироваться в широких пределах, как на этапе конструирования, так и в процессе его эксплуатации.

Табл. 2.1

Результаты анализа осциллограмм собственных колебаний рабочего органа манипулятора МРЛ-901П на консоли

Величина смещения рабочего органа вдоль консоли *ly*, мм	Период колебаний рабочего органа T, с.	Частота колебаний ω, с-1	Логарифмический декремент затухания ν	Коэффициент демпфирования β, кг/с	Время затухания колебаний tп.п., с.
0	0,057	17,54	0,956	369	0,6
175	0,067	15	0,693	227,55	0,9
350	0,08	12,5	0,446	122,65	1,2

Анализ результатов исследований показывает, что смещение рабочего органа манипулятора МРЛ-901П вдоль свободной консоли, также как и увеличение начального натяжения ремня, вызывает уменьшение коэффициентов демпфирования, что существенно (в 2…3 раза) увеличивает время полного затухания собственных колебаний рабочего органа (см. табл. 2.1 и 2.2), и, как следствие снижает реальную производительность.

Смещение рабочего органа относительно основания и увеличение натяжения ремня приводит также к уменьшению частоты собственных колебаний манипулятора, что должно учитываться при использовании его в технологических процессах, связанных с резонансными явлениями.

Комплексные исследования демпфирующих свойств манипулятора осуществлялись с целью установления численной зависимости коэффициента демпфирования от величины начального натяжения ремня и смещения рабочего органа вдоль консоли. В качестве функции отклика выбиралась линейная модель. База данных для построения плана экспериментов сведена в табл. 2.

Основные уровни и интервалы варьирования выбирались на основе результатов зондирующих экспериментов, а также исследований жесткости и точносных параметров манипулятора МРЛ-901П.

Табл. 2.3

База данных для построения плана экспериментов

Наименование фактора	Условное обозначение	Область определения	Основной уровень	Интервал варьирования
Начальное натяжение ремня η	X_1	0...0,04	0,02	0,013
Величина смещения рабочего органа манипулятора вдоль консоли *ly*, мм	X_2	0...350	175	175

Матрица планирования и результаты экспериментов сведены в табл. 2.4.

Проводилась полная статистическая обработка результатов экспериментов, позволившая получить адекватную модель зависимости коэффициентов демпфирования от исследуемых факторов в виде:

$$Y = 290{,}5 + 179{,}5\tilde{X}_1 - 138\tilde{X}_2 - 92\tilde{X}_1\tilde{X}_2 \qquad (2.34)$$

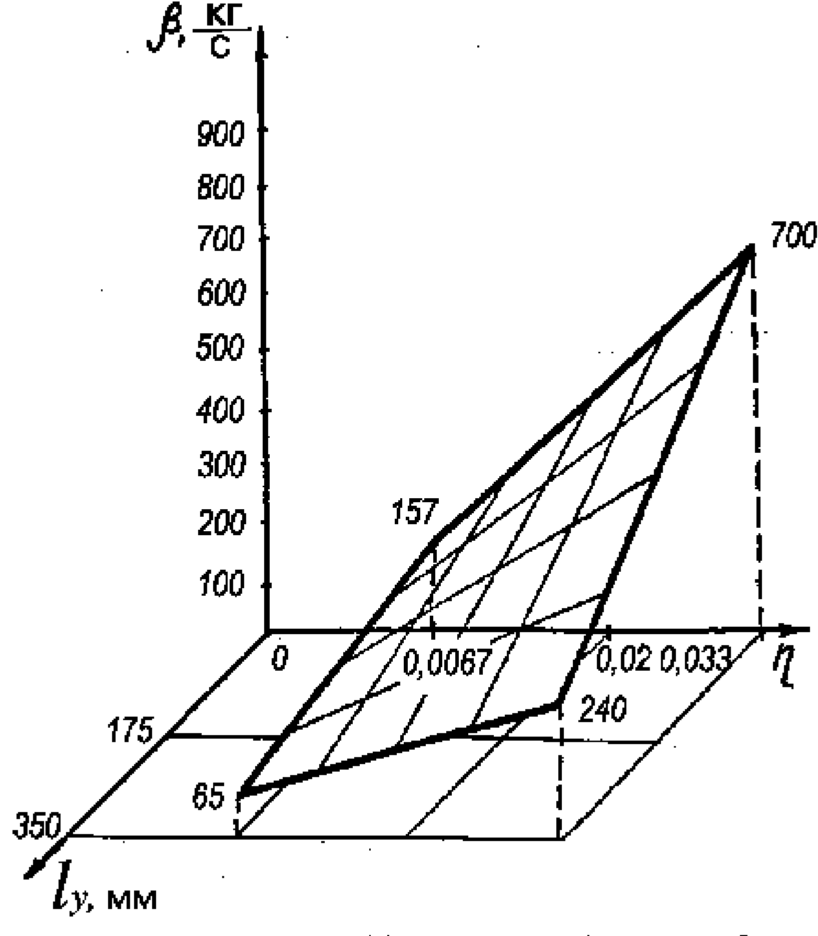


Рис. 2.2. Зависимость коэффициента демпфирования β манипулятора МРЛ-901П от начального натяжения ремня η и смещения l_y рабочего органа вдоль консоли.

Поверхность отклика представлена на рис. 2.2. Выражение (2.34) позволяет получить численное значение коэффициента демпфирования, необходимое для расчета продолжительности переходного процесса при позиционировании.

Табл. 2.4

Матрица планирования и результатов экспериментов по комплексному исследованию демпфирующих свойств манипулятора МРЛ-901П

Номер опыта	$\tilde{X}_0$	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_1\tilde{X}_2$	Среднее значение коэффициента демпфирования, кг/с	Дисперсия среднего арифметического	Вычисленное значение
1	+1	+1	+1	+1	240	64	240
2	+1	+1	-1	-1	700	49	700
3	+1	-1	+1	-1	65	4	65
4	+1	-1	-1	+1	157	16	157

Экспериментальные исследования времени переходного процесса осуществлялись при помощи комплекта виброизмерительной аппаратуры АВ-44, вибродатчик которой крепился на рабочем органе манипулятора.

2.3 Определение жесткости звеньев манипулятора МРЛ-901П

Жесткость звеньев манипулятора МРЛ-901П определялась по экспериментальным замерам деформации консоли манипулятора при действии на нее определенного усилия.

Таблица 2.5

Деформация звеньев манипулятора МРЛ-901П под действием возмущающих сил

Возму-щающая сила	Деформация звеньев манипуляционной системы δ, мм			
	Ось X			Ось Y
	Y=0	$Y=\frac{Y_{max}}{2}$	$Y=Y_{max}$	
0	0	0	0	0
10	0,111	0,135	0,178	0,111
20	0,206	0,234	0,390	0,206
30	0,265	0,334	0,560	0,265
40	0,302	0,418	0,750	0,302
50	0,345	0,507	0,930	0,348
60	0,390	0,580	1,090	0,393
70	0,418	0,658		0,421
80	0,460	0,745		0,465
90	0,498	0,825		0,505
100	0,534	0,902		0,540

Результаты исследования жесткости приведены в таблице 2.5. По этим данным были построены график зависимости деформации от смещения рабочего органа (рис. 2.3) и график зависимости деформации от натяжения зубчатого ремня (рис.2.4).

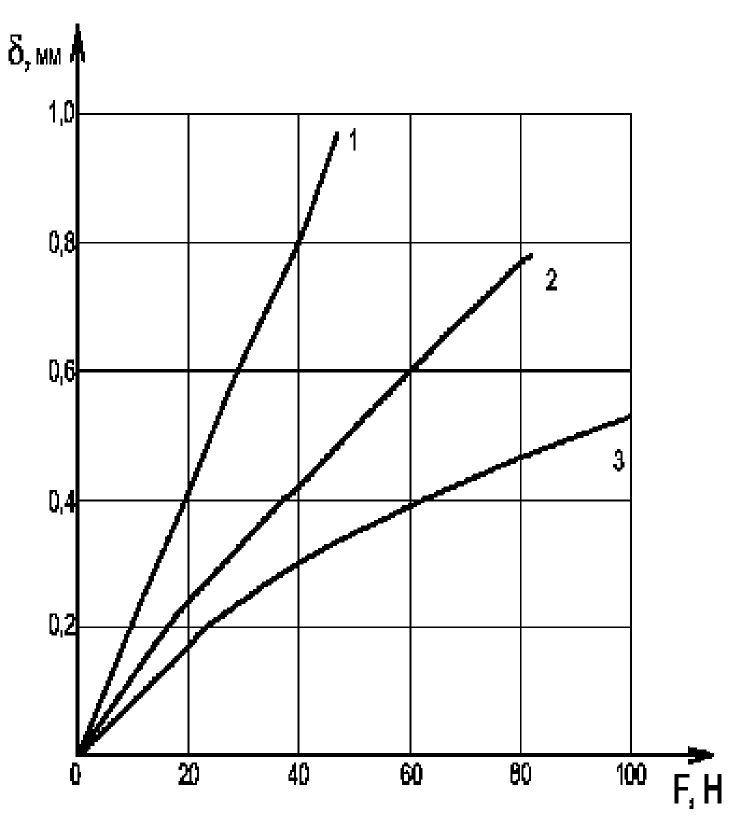


Рис. 2.3. Жесткость кинематической схемы робота МРЛ–901П.

1 – деформация по оси X при $Y = Y_{max}$;

2 – деформация по оси X при $Y = Y_{max}/2$;

3 – деформация по оси X при $Y = 0$ и по оси Y;

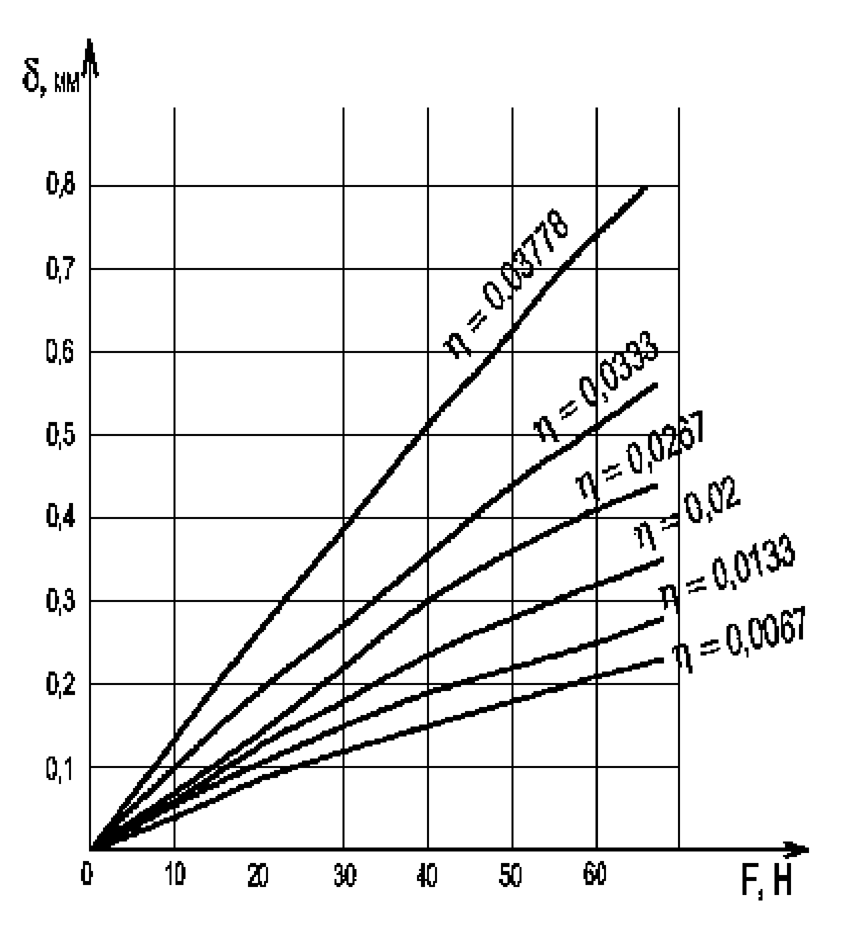


Рис. 2.4. Зависимость деформации δ модуля ПР с зубчатой ременной передачей от возмущающего усилия F для различных значений начального натяжения η зубчатого ремня.

2.4 Исследование быстроходности манипулятора

Быстроходность манипулятора характеризуется временем перемещения рабочего органа в требуемую точку. Теоретические предпосылки указывают, что непосредственное влияние на величину этого времени оказывают совместные механические характеристики (СМХ) электроприводов манипулятора.

Исследование СМХ осуществлялось путем анализа тахограмм движения манипулятора МРЛ-901П, зарегистрированных самописцем Н338Д/1. Статистически обработанные результаты экспериментов сведены в таблицу 2.6 и представлены в графическом виде на рис. 2.5.

Анализ экспиреметальных данных показывает, что связь силы тяги, а, следовательно, и допустимого ускорения a_i со значением достигнутой скорости V_i существенно нелинейна. Для определения квазиоптимальных режимов движения манипулятора необходимо связать параметры *a* и *V* аналитическим выражением.

Представим каждое значение F_i СМХ в виде разности $F_i = F_{cm} - A_i$, где F_{cm}- статическая тяговая синхронизирующая сила, а A_i - потери тяговой силы, зависящие от скорости движения манипулятора.

Такая запись СМХ имеет то очевидное приемущество, что для каждого конкретного образца манипулятора указанной модели могут быть введены уточнения формулы путем измерения одного лишь значения F_{cm}.
Следовательно, определение эмпирической формулы СМХ сводится к отысканию зависимости $A = f(V)$. Воспользовавшись способом отыскания эмпирических формул, приведенным в [7], легко установить, что экспериментальные точки A_i наиболее точно отображают линейную зависиюсть на полулогарифмической функцональной координатной сетке. Из этого следует, что выражение $A = f(V)$ может быть описано логарифмической функцией. Из
Результаты исследований совместной механической характеристики манипулятора МРЛ-901П.

Таблица 2.6

Масса груза m_i кг.	Число паралельных опытов	Численное значение синхронной скорости, м/с		
		среднее арифметическое	среднее квадратическое откланение	принимаемое значение
2	10	0,80	0,013	0,8±0,04
3	10	0,74	0,017	0,74±0,05
4	10	0,67	0,016	0,67±0,05
5	10	0,59	0,007	0,59±0,02
6	10	0,49	0,013	0,49±0,04
7	10	0,38	0,012	0,38±0,04
8	10	0,29	0,010	0,29±0,03
9	10	0,24	0,013	0,24±0,04
10	10	0,20	0,011	0,20±0,03
11	10	0,16	0,013	0,16±0,04
12	10	0,12	0,006	0,12±0,02
13	10	0,05	0,003	0,05±0,01

линейной зависимости, представленной на рис. 2.6 легко отыскать коэффициенты ее уравнения, вид которого $y = ax + b$. В итоге имеем:

$$A = 113{,}3 \cdot \lg 100V, \qquad (2.35)$$

где: V измеряется в $\lfloor м/с \rfloor$.

Следует, однако, заметить, что при нарастании значения экспериментальные точки A_i несколько удаляются от прямой, описанной уравнением (2.35). Поэтому, с целью уточнения зависимости была внесена поправка, с учетом которой эмпирическая формула СМХ примет вид:

$$F_m = F_{cm} - 113{,}33 \cdot \lg 100V - 10V, \qquad (2.36)$$

где: V - измеряется в $\lfloor м/с \rfloor$; а F_{cm} - в [Н], или

$$a_i = \frac{F_{cm} - 113{,}33 \cdot \lg 100V_i - 10V_i}{m} \tag{2.37}$$
,

где: a_i, V_i - допустимые мгновенные значения ускорения и скорости соответственно (при этом лежит в интервале от 0,1 $м/с$ до 0,8 $м/с$).

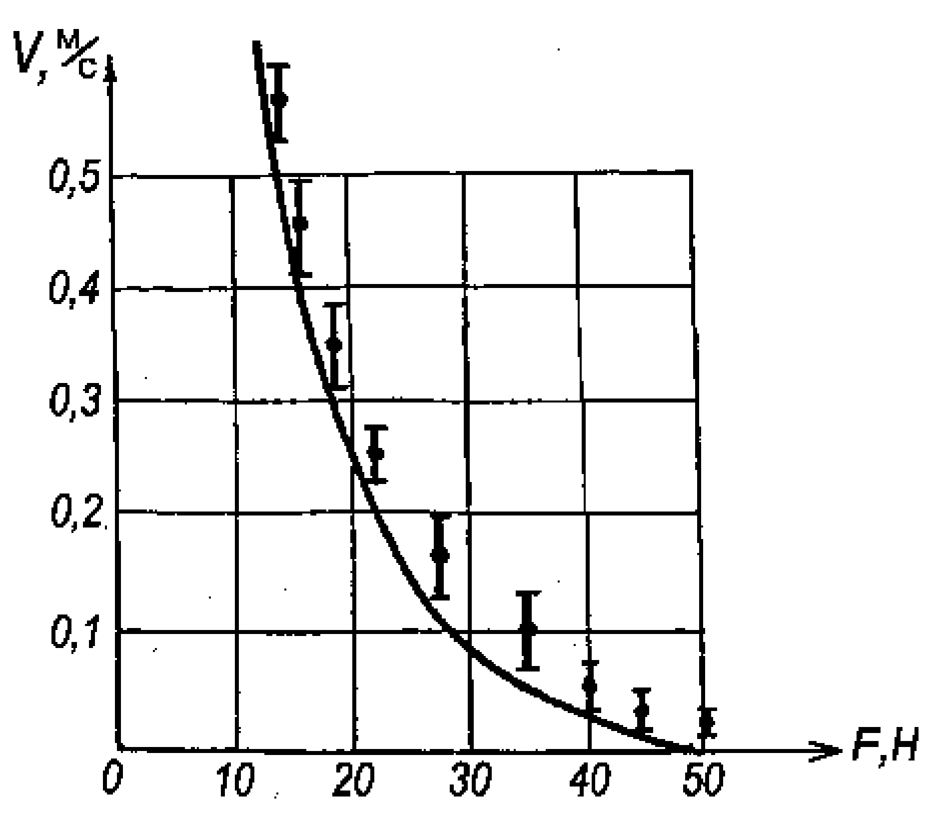


Рис. 2.5. Совместная механическая характеристика манипулятора МРЛ-901П:

– кривая, описываемая эмпирической зависимостью.

– среденее измеренное Значение с его доверительным интервалом;

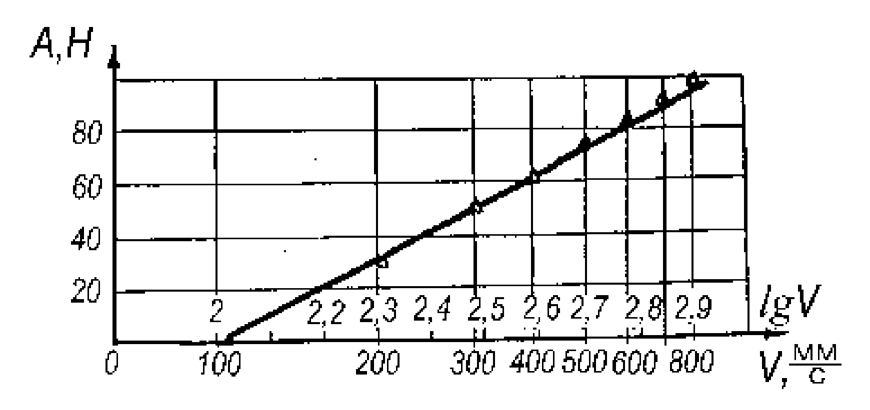


Рис.2.6 График потерь тяговой силы манипулятора МРЛ-901П

2.5 Методика проведения эксперимента по определению механических характеристик манипулятора МРЛ-901П

Для исследования СМХ манипулятора портального типа МРЛ-901П наиболее удобной является следующая методика измерений.

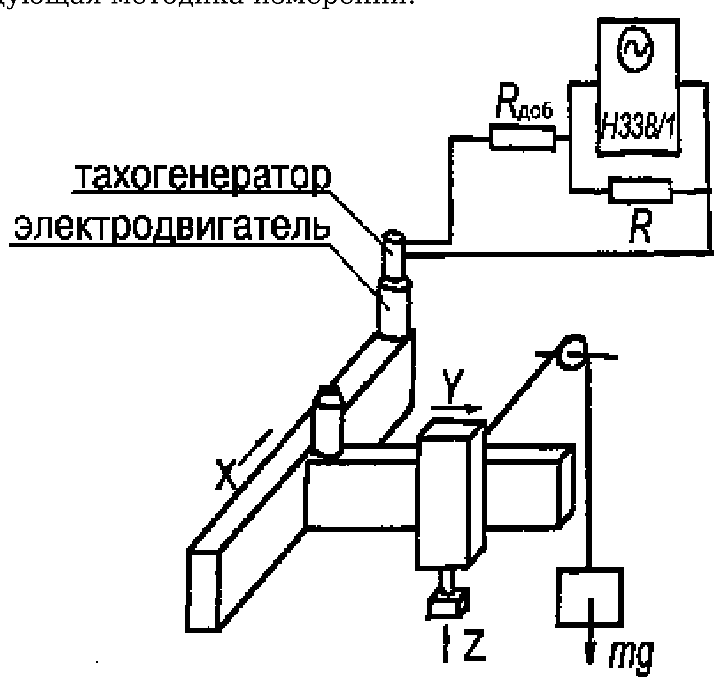


Рис. 2.7 Стенд для исследования механической характеристики манипулятора МРЛ-901П

На свободный конец вала электродвигателя ШД 5Д1МУ3 крепился тахогенератор, электрический выход которого связан с измерительной схемой (рис. 2.7) вольтметра. Схема тарировалась путем задания устройством управления 2Р22 постоянных значений скорости движения рабочего органа манипулятора. При этом электродвигатель был полностью разгружен от момента нагрузки.

После тарировки к рабочему органу манипулятора прикреплялась перекинутая через ролик гибкая стальная нить, на свободный конец которой подвешивался переменный груз $m_i g$. По команде системы управления электродвигатель начинал равноускоренно вращаться, перемещая при этом рабочий орган манипулятора и преодолевая противодействие груза $m_i g$. Дойдя до определенного значения скорости v_i двигатель выходил из синхронизма, что отмечалось на фиксируемой самописцем тахограмме резким падением уровня сигнала.

Изменение массы $Q_{jв} = \partial П / \partial q_j$ груза приводило к выходу электродвигателя из синхронизма уже при другом значении достигнутой скорости v_{i+1}. Таким образом, были найдены соотношения веса противодействующего груза и критической синхронной скорости ШД во всем диапазоне его работы.

Для уменьшения влияния инерционности системы задавалось $a << g$, что позволило с точностью 5 - 7% полагать, что вся сила F_m в момент выхода ШД из синхронизма расходуется на удержание груза $m_i g$, т. е. $F_m = m_i g$.

СМХ манипулятора определялась последовательно, для каждой программируемой координаты.

Для исследования других динамических характеристик, определяющих производительность манипулятора, необходимо вернуться к рассмотренному выше переходному процессу при позиционировании манипулятора.

В уравнение движения манипулятора (см. раздел 2.1) в качестве постоянных величин входят коэффициенты, пропорциональные скорости перемещения рабочего органа - коэффициенты демпфирования.

Коэффициент демпфирования β может быть определен по осциллограмме затухания колебаний рабочего органа манипулятора с использованием расчетной формулы:

$$\beta = \frac{2m\upsilon}{T}, \qquad (2.38)$$

где m - масса подвижной части манипулятора;

υ - логарифмический декремент затухания колебательного движения;

T - период колебаний.

2.6 Сравнение результатов расчета модели с экспериментальными данными

Результаты исследования жесткости и демпфирующих свойств манипулятора использовались для расчета времени переходного процесса при позиционировании. Расчет производился из аналитических выражений, полученных в разделе 2. 1 настоящей работы; его результаты сравнивались с экспериментальными данными (рис. 2.8).

Из графика видно, что расчетная кривая лежит в области экспериментально измеренных значений, это свидетельствует о достаточной точности модели, что позволяет использовать ее на практике.

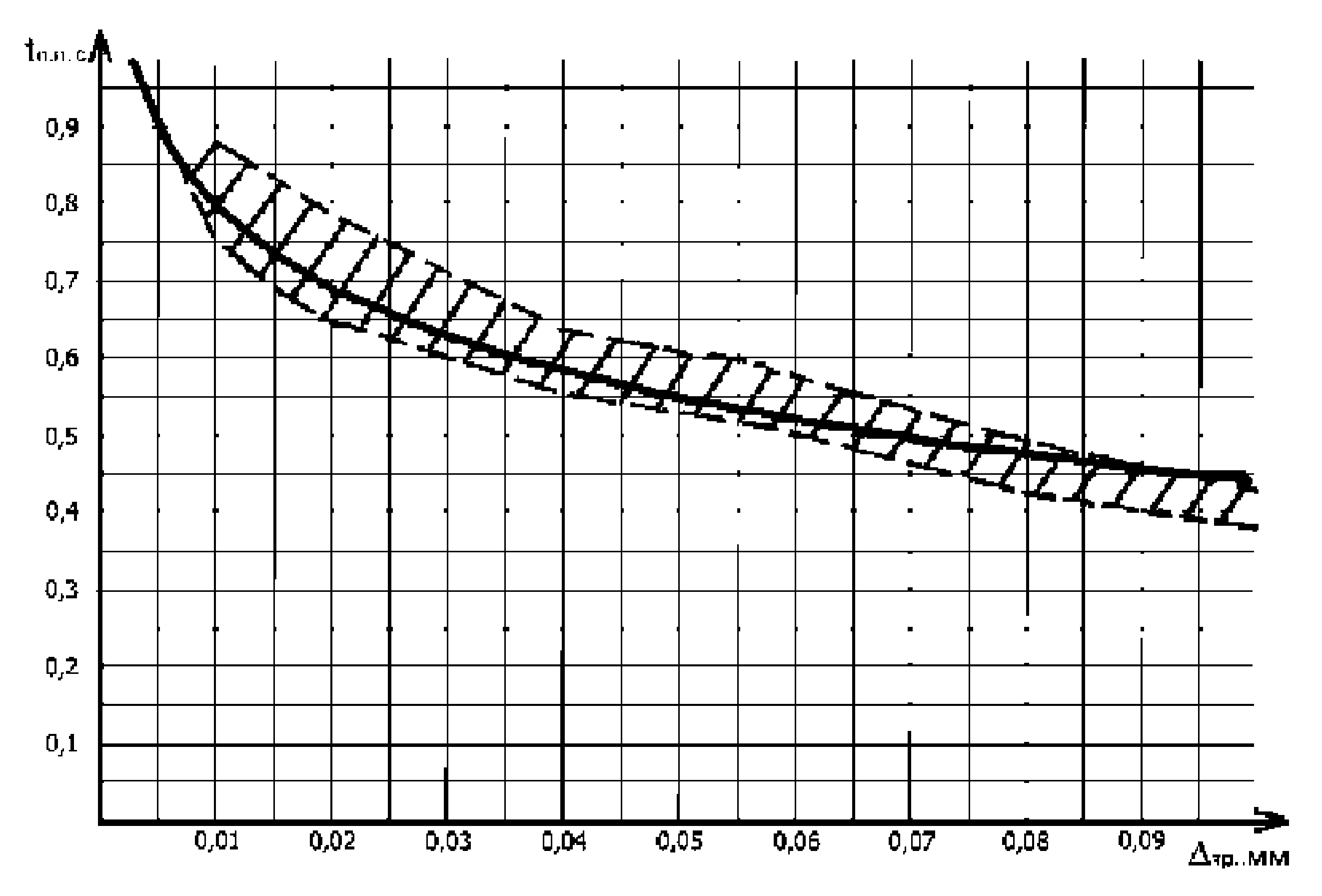


Рис. 2.8. Время переходного процесса в роботе МРЛ-901П до требуемой точности позиционирования при l_{y} = 0,35 м, $\eta = 0{,}02$; – расчетное значение,
– среднее измеренное значение с доверительным интервалом

3. Оптимизация скорости перемещения рабочего органа манипулятора

3.1 Время перемещения рабочего органа манипулятора

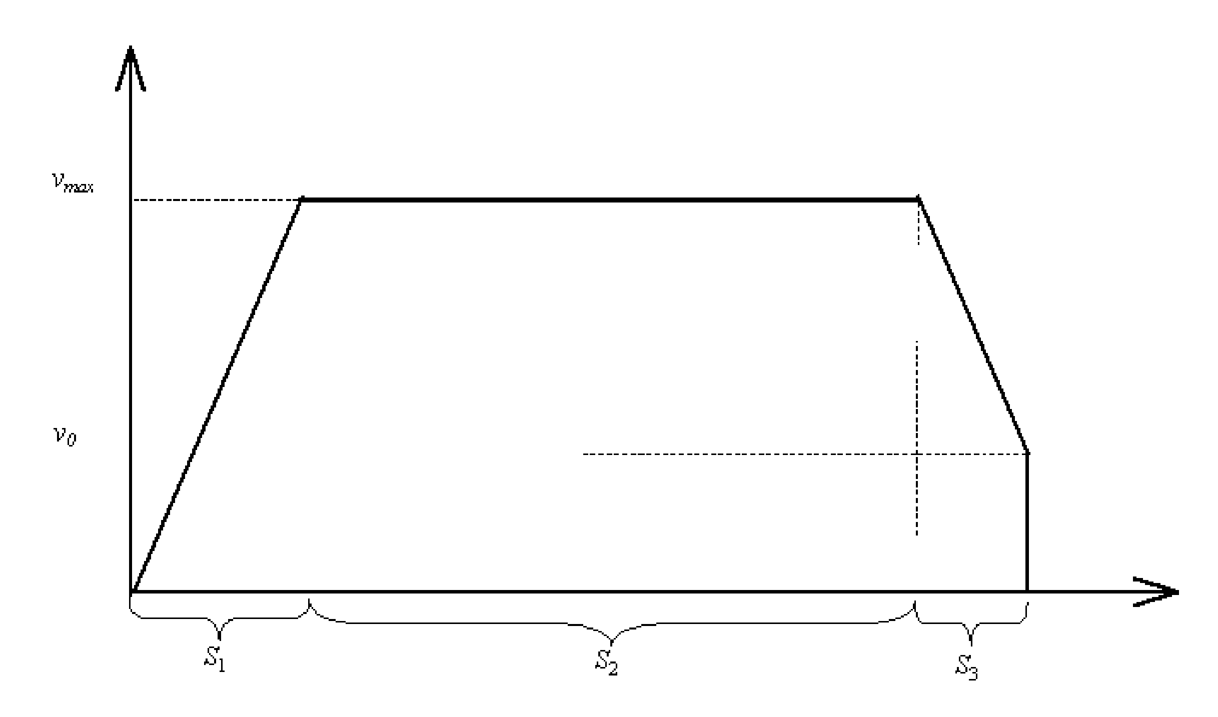


Рис 3.1. График изменения скорости движения рабочего органа манипулятора при перемещении между двумя рабочими точками.

Траектория движения рабочего органа манипулятора состоит из участков разгона и торможения, а также участка, где перемещение происходит с постоянной скоростью. Очевидно, что минимальное время перемещения будет достигнуто при максимально возможных значениях скорости и ускорения, определяемых из совместной механической характеристики манипулятора (см. раздел 2.4). Заметим также, что время перемещения зависит от скорости в момент выхода на конечную точку v_0 (см. рис. 3.1). При увеличении этой скорости, протяженность участка S_3 уменьшается, а протяженность участка S_2 увеличивается, тем самым возрастает средняя скорость движения рабочего органа, но при этом увеличивается время переходного процесса в момент останова. Таким образом для достижения минимального времени перемещения с учетом переходного процесса необходимо определить оптимальное значение скорости выхода на конечную точку v_0.

Время перемещения зависит от максимальных значений скорости и ускорения рабочего органа, а также от скорости в момент выхода на конечную точку рабочего органа манипулятора и складывается из следующих значений:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_{пп}, \quad (3.1)$$

где t – время перемещения рабочего органа; t_1, t_2, t_3 – время перемещения рабочего органа на первом, втором и третьем участке траектории соответственно (см. рис 3.1); $t_{пп}$ – время переходного процесса.

Время перемещения на первом участке траектории определяется из значений максимальной скорости и ускорения:

$$t_1 = \frac{v_{max}}{a_{max}}, \quad (3.2)$$

где v_{max} – максимальная скорость перемещения рабочего органа манипулятора; a_{max} – максимальное ускорение рабочего органа манипулятора.
На втором участке траектории рабочий орган перемещается равномерно с максимальной скоростью, при этом время перемещения составит:

$$t_2 = \frac{S - (S_1 + S_3)}{v_{max}}, \qquad (3.3)$$

где S – расстояние между двумя конечными точками: $S = S_1 + S_2 + S_3$;
Время перемещения на третьем участке траектории:

$$t_3 = \frac{v_{max} - v_0}{a_{max}}, \qquad (3.4)$$

где v_0 – скорость рабочего органа манипулятора в момент выхода на конечную точку.

Длина первого участка определяется скоростью v_{max}, которая достигается в конце этого участка, ускорением a_{max}, и выражается как:

$$S_1 = \frac{v_{max}^2}{2a_{max}}. \qquad (3.6)$$

Длина третьего участка определяется начальной скоростью этого участка – v_{max}, ускорением a_{max} и конечной скоростью v_0:

$$S_3 = \frac{v_{max}^2 - v_0^2}{2a_{max}}. \qquad (3.8)$$

Для определения времени перемещения на втором участке подставим (3.6) и (3.8) в (3.3):

$$t_2 = \frac{S}{v_{max}} - \frac{v_{max}}{a_{max}} + \frac{v_0^2}{2v_{max}a_{max}}. \qquad (3.9)$$

Общее время перемещения с учетом переходного процесса получим подставляя (3.2), (3.4), (3.9) и (2.33) в (3.1):

$$t = \frac{S}{v_{max}} + \frac{v_0^2}{2v_{max}a_{max}} - \frac{v_0}{a_{max}} + \frac{v_{max}}{a_{max}} + \frac{2m\ln v_0}{\beta} - \frac{\ln\Delta_{тр} + \ln\dfrac{\sqrt{\left(\dfrac{\beta}{C}\right)^2 - 4\dfrac{m}{C}}}{2\dfrac{m}{C}}}{\dfrac{\beta}{2m}}. \qquad (3.10)$$

Анализируя выражение (3.10) относительно скорости выхода на конечную точку v_0, получаем график времени перемещения рабочего органа манипулятора с учетом переходного процесса (см. рис.3.2). Из графика видно, что переходный процесс значительно влияет на время перемещения рабочего органа манипулятора.

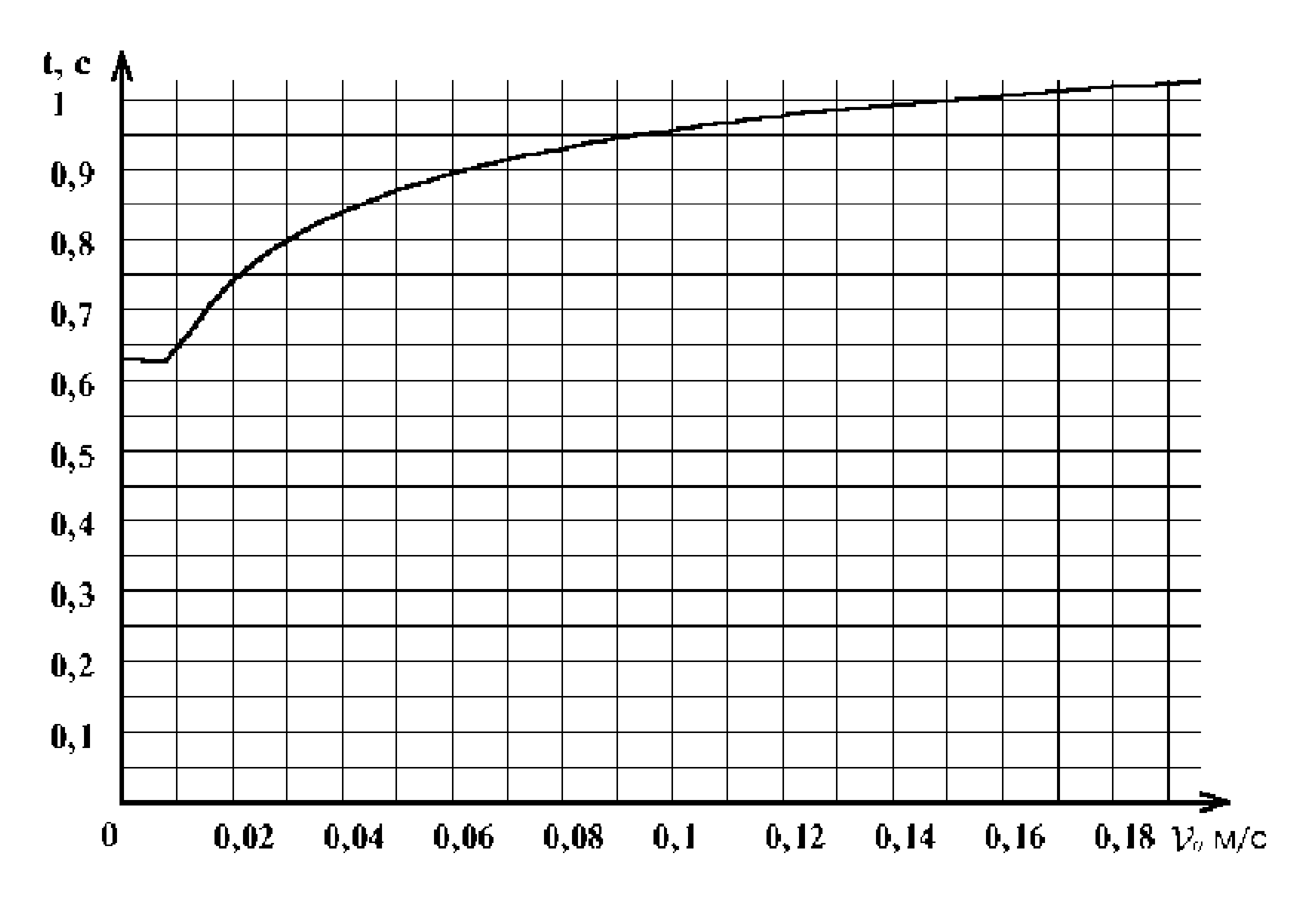


Рис. 3.2. Время перемещения рабочего органа с учетом переходного процесса в зависимости от скорости в момент выхода на конечную точку при, S = 20см

3.2 Время перемещения рабочего органа манипулятора при малых расстояниях между рабочими точками

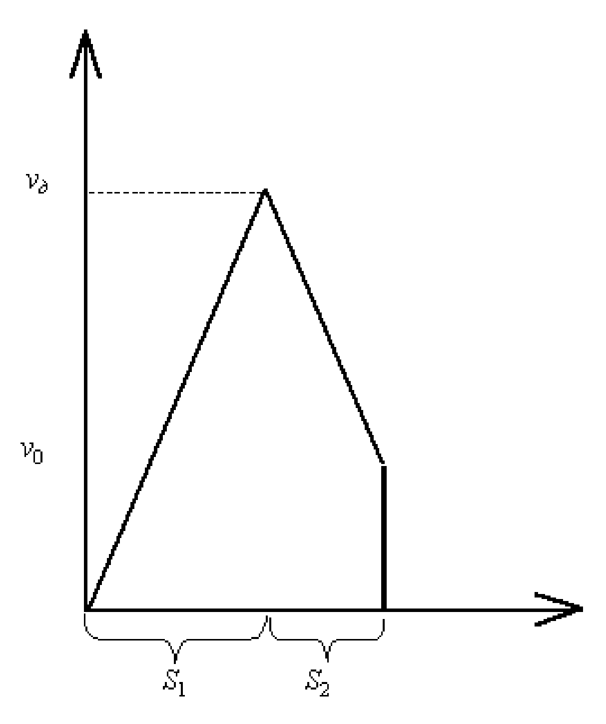


Рис 3.3. График изменения скорости движения рабочего органа манипулятора при перемещении между двумя рабочими точками, в случае, когда рабочий орган не успевает набрать максимальную скорость.

Часто возникают случаи, когда расстояние между двумя рабочими точками мало и рабочий орган манипулятора не успевает набрать максимально возможную скорость. При этом траектория движения состоит только из двух участков – разгона и торможения (см. рис. 3.3.). Скорость рабочего органа на участке разгона достигает некоторого значения $v_д$, длина этого участка составит:

$$S_1 = \frac{v_д^2}{2a_{\max}}, \qquad (3.11)$$

где $v_д$ – максимальная скорость которую успевает набрать рабочий орган манипулятора; $a_{\max}$ – максимальное ускорение рабочего органа манипулятора.

На втором участке траектории необходимо производить торможение рабочего органа в связи с тем что по достижению конечной точки его скорость должна иметь значение v_0, при этом длина второго участка составит:

$$S_2 = \frac{v_д^2 - v_0^2}{2a_{\max}}, \qquad (3.12)$$

тогда складывая выражения (3.11) и (3.12) получим суммарное перемещение рабочего органа:

$$S = \frac{2v_д^2 - v_0^2}{2a_{\max}}. \qquad (3.13)$$

Зная расстояние между двумя рабочими точками, из (3.13) получим выражение для определения максимально достигнутой скорости:

$$v_{д} = \sqrt{a_{max}S + \frac{1}{2}v_0^2} \quad (3.14)$$

Используя (3.14) определим время перемещения рабочего органа на первом:

$$t_1 = \frac{v_{д}}{a_{max}}, \quad (3.15)$$

и втором участке:

$$t_2 = \frac{v_{д} - v_0}{a_{max}}. \quad (3.16)$$

Суммируя выражения (3.15), (3.16) и (2.33) получим выражение для определения времени перемещения с учетом переходного процесса при условии, что рабочий орган не успевает набрать максимальную скорость:

$$t = \frac{2\sqrt{a_{max}S + \frac{1}{2}v_0^2} - v_0}{a_{max}} + \frac{2m \ln v_0}{\beta} - \frac{\ln\Delta_{тр} + \ln\frac{\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2 - 4\frac{m}{C}}}{2\frac{m}{C}}}{\frac{\beta}{2m}} \quad (3.17)$$

Анализируя выражение (3.17) относительно скорости выхода на конечную точку v_0, получаем график времени перемещения рабочего органа манипулятора с учетом переходного процесса (см. рис.3.4) для малых перемещений рабочего органа.



Рис. 3.4. Время перемещения рабочего органа с учетом переходного процесса в зависимости от скорости в момент выхода на конечную точку, при S = 1см.

3.3 Получение оптимальной скорости в момент выхода на конечную точку

Анализ выражений (3.10) и (3.17) показывает (см. рис. 3.2, 3.4), что время перемещения рабочего органа будет минимально при таком значении скорости v_0, когда переходный процесс в системе отсутствуют, то есть максимальная амплитуда колебаний не превышает допустимой погрешности позиционирования $\Delta_{тр}$. Для определения скорости v_0, достаточно прировнять к нулю выражение (2.33):

$$\frac{2m \ln v_0}{\beta} - \frac{\ln\Delta_{тр} + \ln\dfrac{\sqrt{\left(\dfrac{\beta}{C}\right)^2 - 4\dfrac{m}{C}}}{2\dfrac{m}{C}}}{\dfrac{\beta}{2m}} = 0 \qquad (3.18)$$

Решение (3.18) относительно v_0 имеет вид:

$$v_0 = \Delta_{тр}\frac{C}{2m}\sqrt{\left(\frac{\beta}{C}\right)^2 - 4\frac{m}{C}} \qquad (3.19)$$

Выражение (3.19) определяет такое значение скорости в момент выхода на конечную точку при которой амплитуда переходного процесса не превышает предельно допустимого значения, а следовательно время перемещения рабочего органа определяемое выражениями (3.10) и (3.17) минимально.
Анализ графиков зависимости времени перемещения с учетом переходного процесса от скорости выхода на конечную точку (см. рис. 3.2, 3.4.) показывает, что скорость выхода значительно влияет на время перемещения рабочего органа и отклонение скорости в большую сторону от расчетного значения ведет к значительным потерям времени за счет увеличения длительности переходного процесса.
Если проанализировать выражения (3.10) и (3.17) относительно допустимой погрешности позиционирования $\Delta_{тр}$, то можно сделать вывод, что при увеличении допустимой погрешности позиционирования (см. рис. 3.5, 3.6.) наблюдается уменьшение времени перемещения, что можно использовать на операциях с низким требованием к точности, хотя это уменьшение весьма не значительное.

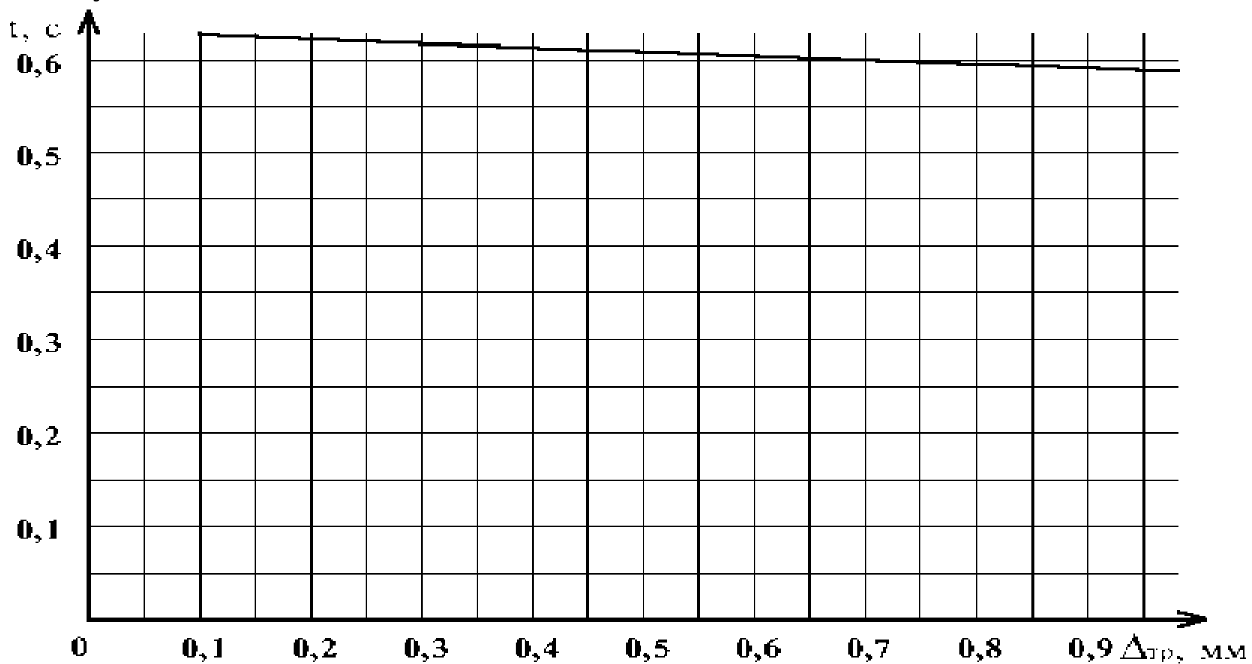


Рис 3.5. Время перемещения рабочего органа с учетом переходного процесса в зависимости от точности позиционирования, при S = 20 см.

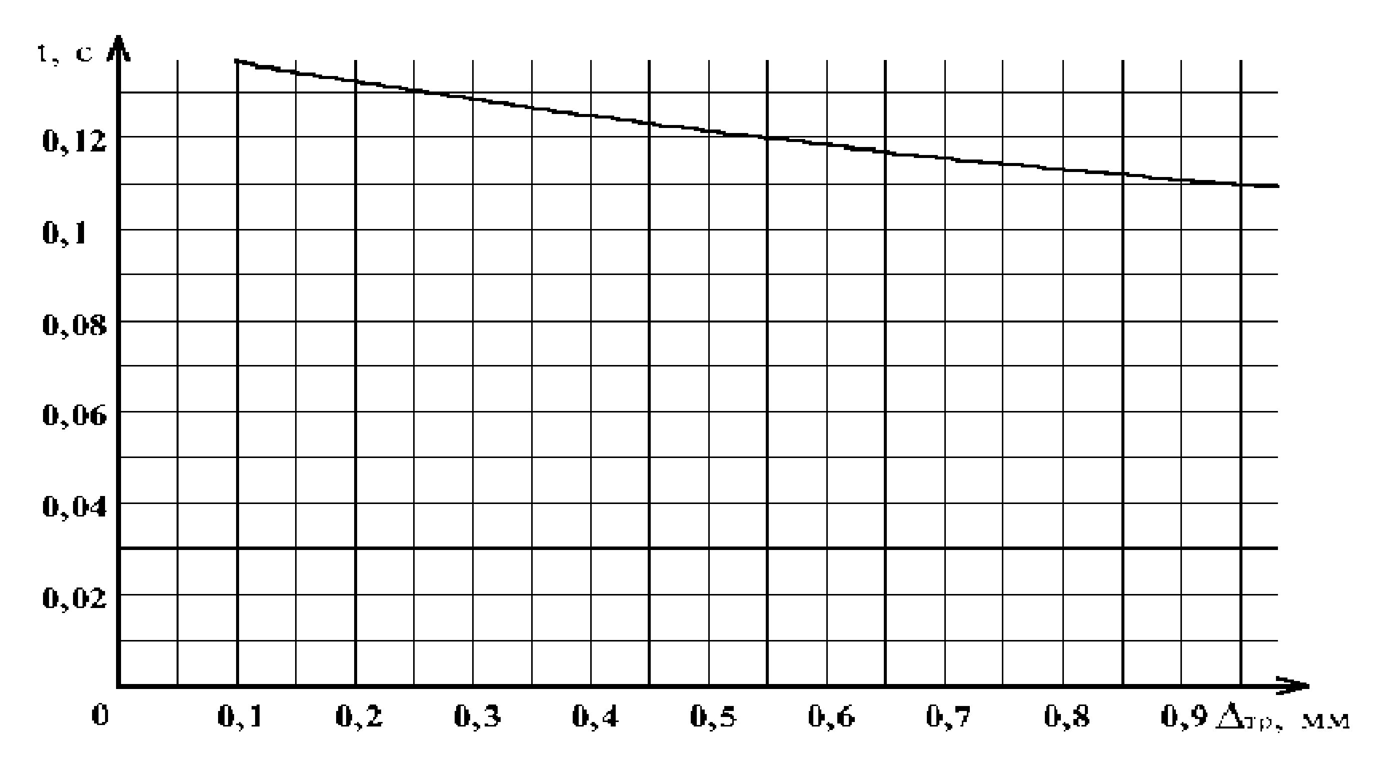


Рис 3.6. Время перемещения рабочего органа с учетом переходного процесса в зависимости от точности позиционирования, при S = 1см.

4. Программные средства для исследования динамической модели портального манипулятора

4.1 Программа для вычисления параметров переходного процесса портального манипулятора

Для исследования полученной динамической модели, построения графиков приведенных в работе, использовалась программа “Модель портального манипулятора МРЛ-901П в момент позиционирования” (см. рис. 4.1). Программа разработана для среды WIN32 API на языке C++ с использованием компилятора Borland C++ 5.02 и может выполняться на операционных системах Windows 95/98 и Windows NT.

Вычисление параметров переходного процесса в программе осуществляется с использованием выражения (2.31) при помощи которого вычисляется амплитуда колебаний рабочего органа манипулятора. По полученным значениям строится график переходного процесса и график зависимости времени переходного процесса от точности позиционирования.

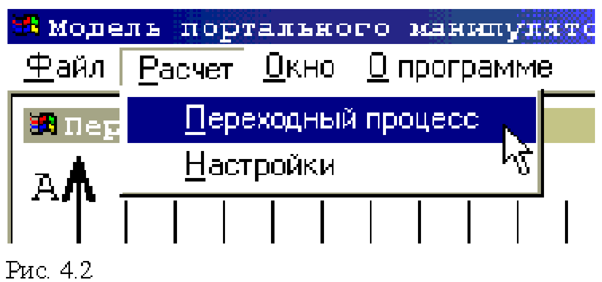


Рис. 4.2

Ввод исходных данных осуществляется при помощи диалогового окна “Исходные данные” при выборе пункта меню “Расчет/Переходный процесс” (см. рис. 4.2). В диалоговое окно (см. рис. 4.3) вводятся необходимые исходные данные. После ввода исходных данных программа вычисляет амплитуду и длительность переходного процесса и выводит результаты расчетов в виде графиков.

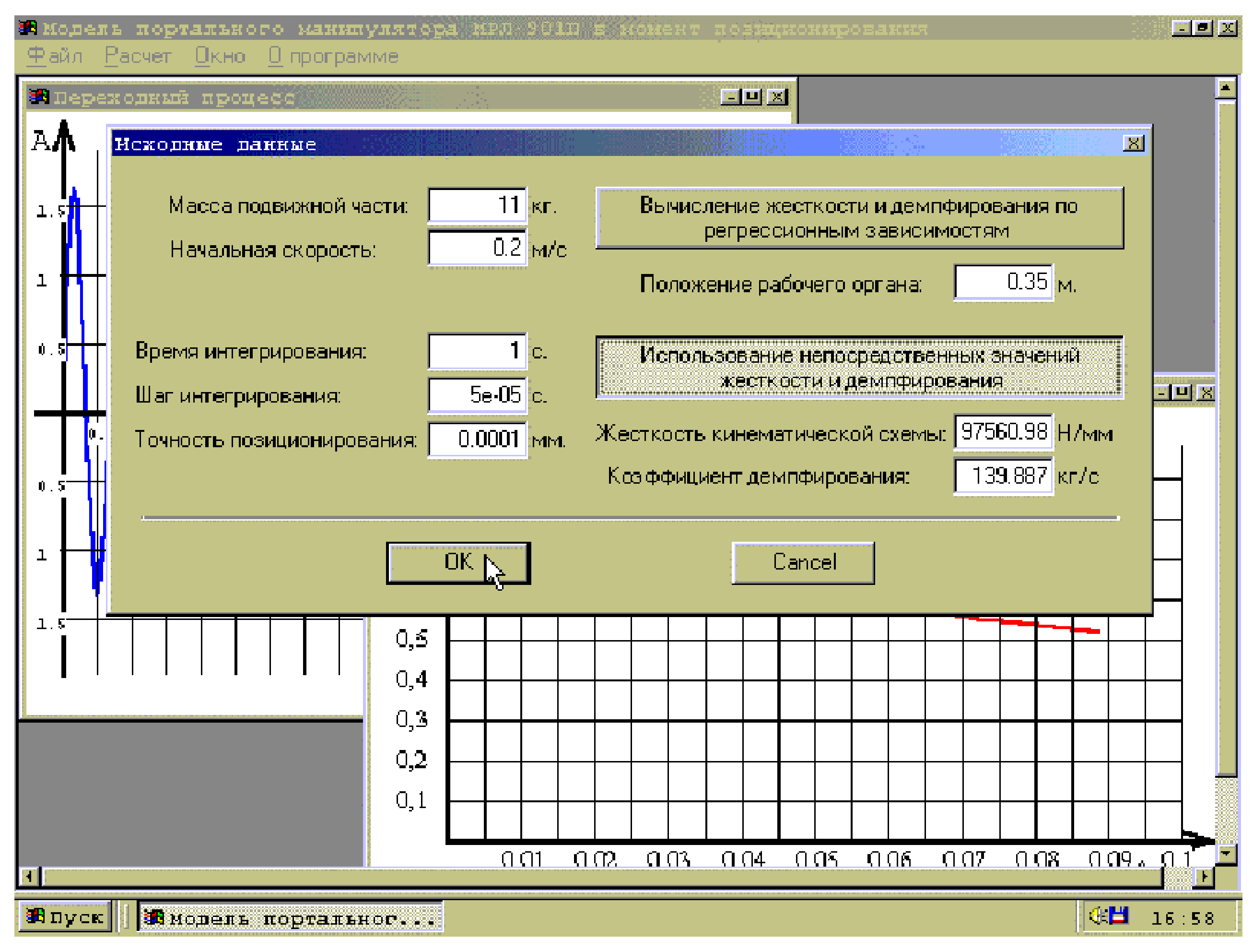


Рис. 4.3 Диалоговое окно для ввода исходных данных.

4.2 Программа для вычисления времени переходного процесса и оптимальной скорости

Для практического использования динамической модели при разработке технологических процессов, вычисления главных параметров – времени переходного процесса и оптимальной скорости позиционирования, используются выражения (2.33) и (3.19), которые были использованы при создании программы “Mrl” (см. рис. 4.4).

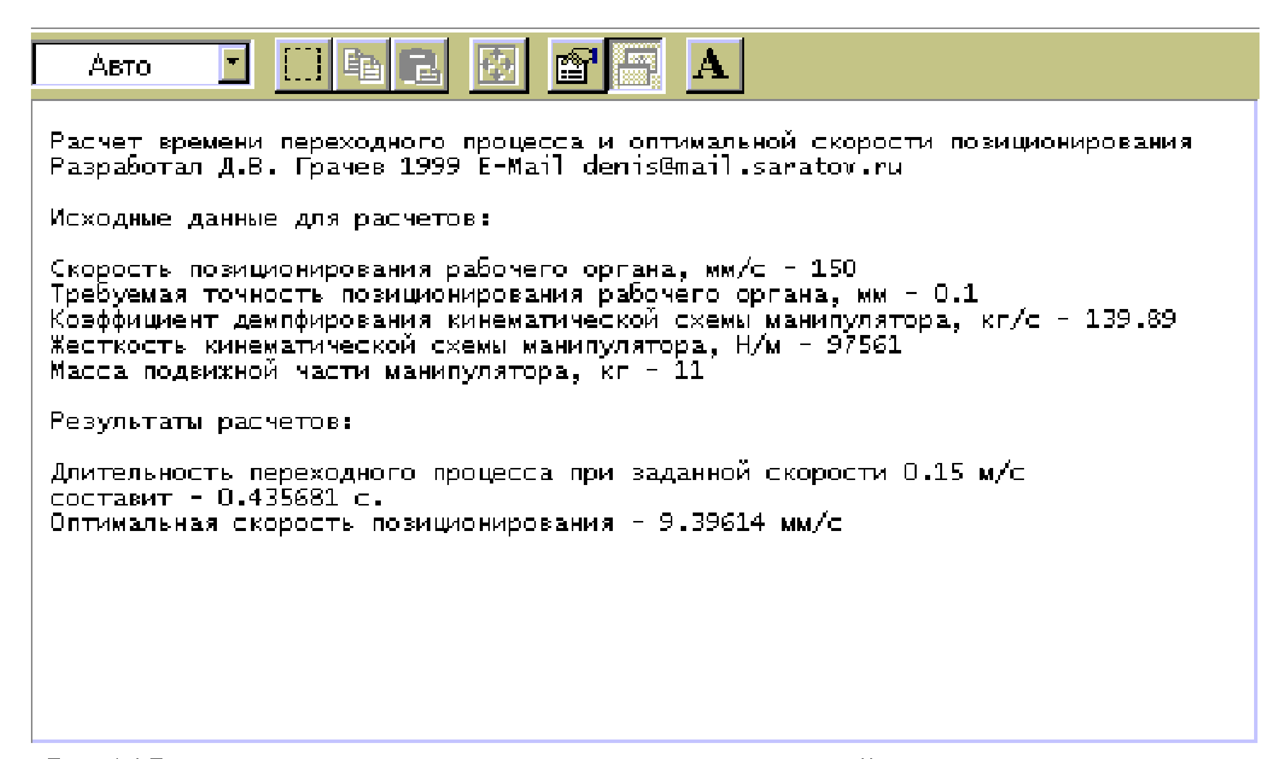


Рис. 4.4 Вычисление времени переходного процесса и оптимальной скорости позиционирования.

Программа “Mrl” использует текстовую консоль для ввода и вывода данных. Исходные данные и результаты вычислений записываются в файл. При необходимости, для задания имени файла результатов вычислений, можно использовать параметры командной строки.

Программа написана на языке C++ с использованием стандартных функций и может быть откомпилирована для работы в операционных системах Dos, WIN32 и UNIX. Текст программы приведен в приложении к данной работе.

Заключение

В ходе выполнения дипломной работы была построена динамическая модель портального манипулятора, параметры которой хорошо соответствуют параметрам реального манипулятора. При исследовании модели особое внимание уделялось получению выражений для определения оптимальных значений скорости движения рабочего органа с целью увеличения быстродействия манипулятора. Также в ходе исследования определены численные значения коэффициентов, входящих в динамическую модель манипулятора при его позиционировании. Установлено хорошее соответствие (ошибка в пределах 1…2%) расчетного значения продолжительности переходного процесса при позиционировании и реального позиционирования манипулятора. Разработаны методы влияния на вид и продолжительность переходного процесса путем управляемого регулирования технологических факторов: натяжения зубчатого ремня и взаимного расположения подвижных частей манипулятора МРЛ-901П. Исследованы диапазоны варьирования, определены значения технологических факторов, обеспечивающие максимальную производительность роботизированного оборудования, создаваемого на базе робота МРЛ 901П.

Проведенные исследования могут быть использованы для определения рациональных динамических параметров манипуляторов, разработки технологических процессов, а также в учебном процессе при проведении лабораторных работ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В приложении приведены программы для расчета параметров динамической модели портального манипулятора.

```
// File Mrl.cpp
// Программа для расчета времени переходного процесса и оптимальной
// скорости позиционирования

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <conio.h>
#include <string.h>

int Transient(double&,
 double,
 double,
 double,
 double,
 double );

int OptimalSpeed(double&,
  double,
    double,
 double,
 double );

char * s_title = "\n Расчет времени переходного процесса и оптимальной "
 "скорости позиционирования\n Разработал Д.В. Грачев 1999"
 " E-Mail denis@mail.saratov.ru";
char * s_v0 = "\n\n Исходные данные для расчетов:\n\n Скорость"
 " позиционирования рабочего органа, мм/с - # ";
char * s_d = " Требуемая точность позиционирования рабочего органа, мм - # ";
char * s_b = " Коэффициент демпфирования кинематической"
" схемы манипулятора, кг/с - # ";
char * s_c = " Жесткость кинематической схемы манипулятора, Н/м - # ";
char * s_m = " Масса подвижной части манипулятора, кг - # ";
char * s_inp = "%lf";
char * s_out = "%g\n";
char * s_outp = "\n Результаты расчетов: \n\n Длительность переходного"
 " процесса при заданной скорости %g м/с\n составит - %g с."
 "\n Оптимальная скорость позиционирования - %g мм/с\n";
char * fn = "resultat.txt";
char * s_badparam = "\n Недопустимый параметр - %c";

void inpparam(char** p)
{
if (*p[1] != 'f'){
printf (s_badparam, *p[1]);
 exit(0);
}

strcpy(fn, p[2]);
}

int main(int as, char** av)
```

```
{
double t, v0, opv0, b, c, d, m;

printf (s_title);
if (as > 1) inpparam(av);

*strstr(s_v0,"#") = 0;
*strstr(s_d,"#") = 0;
*strstr(s_b,"#") = 0;
*strstr(s_c,"#") = 0;
*strstr(s_m,"#") = 0;

printf (s_v0);
scanf (s_inp, &v0);
v0 /= 1000;

printf (s_d);
scanf (s_inp, &d);
d /= 1000;

printf (s_b);
scanf (s_inp, &b);

printf (s_c);
scanf (s_inp, &c);

printf (s_m);
scanf (s_inp, &m);

Transient(t, v0, d, b, c, m);
OptimalSpeed(opv0, d, b, c, m);

opv0 *= 1000;
printf (s_outp, v0, t, opv0);

FILE * f_res = fopen(fn, "a+");

v0 *= 1000;
fprintf (f_res,strcat(s_v0,s_out), v0);

d *= 1000;
fprintf (f_res,strcat(s_d,s_out), d);

fprintf (f_res,strcat(s_b,s_out), b);

fprintf (f_res,strcat(s_c,s_out), c);

fprintf (f_res,strcat(s_m,s_out), m);

fprintf (f_res,s_outp, v0, t, opv0);

return 0;
}
```

```
// File speed.cpp
// Вычисление оптимального значения скорости в момент позиционирования
// по исходным данным

#include <math.h>

int OptimalSpeed(double& V0, // Начальная скорость
 double Delta, // Требуемое значение точности позиционирования
   double betta, // Коэффициент демпфирования
   double C, // Жесткость
   double m) // Масса
{
double mc2 = 2*m/C;
V0 = Delta * (1/mc2) * sqrt( fabs( pow(betta/C,2
) - 2 * mc2 ) );

return 0;
}

// File transient.cpp

// Вычисление времени перходного процесса
// по исходным данным

#include <math.h>

int Transient(double& t,// Время переходного процесса
double V0, // Начальная скорость
 double Delta, // Требуемое значение точности позиционирования
 double betta, // Коэффициент демпфирования
 double C, // Жесткость
 double m) // Масса
{
double mc2 = 2*m/C;
t = (log(V0)-log(Delta)-log(sqrt( fabs(pow(betta/C,2)-2*mc2
   )
 )/mc2 )
 )*2*m/betta;
return 0;
}
```